Notas 1

Física Nuclear y Subnuclear

21 de agosto de 2025

Introducción

£Porqué juntar en una sola materia dos campos tan amplios de la física? Muy probablemente sea por economía de la carrera y porque ya no había mucho espacio para más materias, pero en definitiva ambas ramas tienen mucho en común y una (el área de partículas) se deriva de la otra, su estudio se inició con métodos experimentales compartidos.

Por ello es importante que veamos un poco del desarrollo experimental para ver los métodos con los que se investiga en ambas áreas, pero eso será más adelante. Ahora nos enfocaremos en la parte introductoria de la física de partículas, si observan el temario del curso en la página de la facultad recomienda empezar por nuclear y dejar después partículas, ese es el orden histórico, pero considero que dar primero partículas y después nuclear es un orden más explicativo y que nos ahorra doble trabajo, digamos que es un orden de "fundamentalidad" (£esto también es considerado un abuso del lenguaje?).

Y dejando de lado lo experimental £qué tan parecidas son las herramientas teóricas? También hay muchas similitudes y conceptos compartidos, sin lugar a dudas son áreas distintas que han tomado su propio camino. Pero como ya sabrán a través de su trayectoria en la física, a lo que nos vamos a dedicar es a estudiar las interacciones. En estas interacciones hay fuerzas inmiscuidas y dado que estamos en los terrenos de los bloques fundamentales de la materia, estudiaremos las fuerzas fundamentales en la misma. Como se puede ver en la siguiente tabla:

Fuerza	Rango de acción	Particula mediadora
Gravitacional	∞	gravitón
Electromagnética	∞	fotón (γ)
Nuclear fuerte	$\approx 1F$	gluones
Nuclear débil	$\approx 10^{-3}F$	bosones $W^{\pm}$ y Z^0

A pequeña escala la fuerza gravitacional es mínima en comparación a las otras tres, en el modelo estándar se trabaja con esas mismas tres fuerzas, así que por el momento no deben preocuparse de la primera.

Una parte importante antes de empezar es aclarar lo de las unidades, justo por las dimensiones tan pequeñas en las que trabajamos, por ejemplo

- Longitud de Plank: $1{,}6162 \times 10^{-35} m$ [1]

[1] `https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?plkl`

- Radio de un cuark: $\leq 1 \times 10^{-18} m$
- Radio nuclear: $\approx 1 \times 10^{-15} m$
- Radio del átomo: $\approx 1 \times 10^{-10} m$
- Grosor de un cabello: $\approx 8 \times 10^{-5} m$

Antes de hablar de las unidades a usar vale la pena mencionar los prefijos a usar para designar unidades muy grandes o muy pequeñas, algunos ya muy conocidos otros no tanto

Potencia	Nombre	Símbolo	Potencia	Nombre	Símbolo
10^1	deca	da	10^{-1}	deci	d
10^2	hecto	h	10^{-2}	centi	c
10^3	kilo	k	10^{-3}	mili	m
10^6	mega	M	10^{-6}	micro	μ
10^9	giga	G	10^{-9}	nano	n
10^{12}	tera	T	10^{-12}	pico	p
10^{15}	peta	P	10^{-15}	femto	f
10^{18}	exa	E	10^{-18}	atto	a

Las unidades a usar en estas dimensiones:

Cantidad	Unidad	Abreviatura
Longitud	metro	m
Tiempo	segundos	s
Energía	electron volts	eV
Masa		eV/c^2
Momento		eV/c

Las unidades de electronvolt y derivadas pueden sonar raras, en el SI para la energía se usa Joule, pero como estamos a escalas tan pequeñas usar tales unidades sería una pesadilla. Mejor es usar los electronvolts que quizá ya les suenen de física atómica, pero si no:

Definición 1 *Un electron volt es la energía ganada por un electrón al aplicarle una diferencia de potencial de 1 Volt,*

es decir

$$\begin{aligned} E =& qV \\ 1eV =& 1{,}6 \times 10^{-19} C(1V) \\ 1eV =& 1{,}6 \times 10^{-19} Joules \end{aligned}$$

Que se puede convertir a $ergs$, que es una unidad que prefiero no usar, para evitar complicaciones, pero les dejo la equivalencia: $1ev = 1{,}6 \times 10^{-12} ergs$.

Antes de continuar es bueno remarcar que hasta este punto mucho de lo que han tratado en las dimensiones más pequeñas de la materia, aunque ha sido en un formalismo cuántico, por lo regular no es relativista. Las velocidades, y

en consecuencia las energías, con que se mueven electrones, núcleos, protones y neutrones, están muy por debajo de los limites relativistas. Pero en la física de partículas, sobre todo en procesos más allá de la materia sí se pueden alcanzar tales energías. Por ejemplo los muones provenientes de rayos cósmicos viajan a velocidades cercanas a la de la luz, son partículas sumamente relativistas. Otro ejemplo son los cuarks, que a pesar de constituir a los protones y neutrones que no son relativistas, por su energía en reposo tan pequeña en comparación a su energía cinética, sí son partículas relativistas.

Pero £cómo está eso de la masa en eV/c^2 y momento en unidades de eV/c? De su curso de relatividad recordarán:

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4 \tag{1}$$

La energía total al cuadrado es la suma de los cuadrados de la energía cinética (pc) y la energía en reposo (mc^2). Si la partícula está en reposo $E = mc^2$, despejando vemos que

$$m = E/c^2 \ [eV/c^2].$$

donde pueden hacer un análisis dimensional y notar que las unidades de masa son iguales a las unidades de energía sobre c^2. Si la partícula no tiene masa $E = pc$, despejando

$$p = E/c \ [eV/c].$$

y pueden ver porque esas unidades para el momento.

De nuevo rememorando su curso de relatividad saben que el momento relativista se escribe

$$p = \gamma mv,$$

Si la sustituimos en la ecuación 1 la expresión $p^2c^2 = \gamma^2m^2v^2c^2$ obtenemos

$$\begin{aligned} E^2 =& \gamma^2m^2v^2c^2 + m^2c^4 \\ =& \gamma^2m^2(\frac{v^2}{c^2})c^4 + m^2c^4 \\ =& \gamma^2m^2\beta^2c^4 + m^2c^4 \\ =& (\gamma^2\beta^2 + 1)m^2c^4 \\ =& \gamma^2m^2c^4 \end{aligned}$$

Despejando y sacando raíz obtenemos

$$\gamma = \frac{E}{mc^2} \tag{2}$$

moviéndole un poco se puede llegar a:

$$\beta = \frac{pc}{E} \tag{3}$$

Estas dos expresiones son importantes para el resto del curso, recuerden que al tratar partículas y una parte importante de nuclear estamos en tales rangos de energía que las partículas son relativistas,

salvo muy contadas ocasiones toda la dinámica será relativista, no dejen de tomar en cuenta estas expresiones.

Regresando a las fuerzas podemos hacer una comparación para ver que tanto se diferencian. Por ejemplo si queremos comparar la energía potencial coulombiana y la gravitacional tenemos:

$$\begin{aligned}\frac{V_{em}(r)}{V_{grav}(r)} =& \frac{\frac{e^2}{r}}{\frac{G_N m^2}{r}} = \frac{e^2}{G_N m^2} = \left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)\frac{1}{(mc^2)^2}\frac{\hbar c \times c^4}{G_N} \\ \approx& \left(\frac{1}{137}\right)\frac{1}{(1GeV)^2}\frac{10^{39}GeV^2}{6{,}7} \approx 10^{36}\end{aligned} \tag{4}$$

Introdujimos algunos valores para ponerlo en términos de importantes constantes en la física, como son la constante de la estructura fina ($e^2/(\hbar c)$), que seguro conocen de atómica y la constante de conversión $\hbar c$; como masa usamos aproximadamente la del protón o neutrón ($\sim 1GeV/c^2$).

Podemos ver la gran diferencia en magnitud de la energía potencial coulombiana con la potencial gravitatoria, podemos entender porque no la tomaremos mucho en cuenta en esta área. Para comparar la núclear fuerte y débil debemos dar una perfil de su energía potencial, un modelo de fuerzas de corto alcance nos lo dan los potenciales de Yukawa

$$\begin{aligned}V_{fuerte} =& \frac{g_s^2}{r}e^{-\frac{m_\pi c^2 r}{\hbar c}} \\ V_{debil} =& \frac{g_{wk}^2}{r}e^{-\frac{m_W c^2 r}{\hbar c}}\end{aligned} \tag{5}$$

Este es un modelo medio apresurado, las g_s y g_{wk} son constantes de acoplamiento, las masas en las exponenciales son las de la partícula mediadora. En la fuerza débil no hay problema, sabemos que son los bosones $W^\pm$ y Z de los que conocemos su masa, el problema está en que para la fuerte las partículas mediadoras son los gluones[2]. Así que hasta este punto el modelo explica más o menos lo que sucede, pero no está con el fundamento correcto.

De forma análoga comparamos estos potenciales con el coulombiano, agregando algunas constantes para obtener valores que se conocen experimentalemente (como las constantes de acoplamiento $g_s^2/(\hbar c) \approx 15$ y $g_{wk}^2/(\hbar c) \approx 0{,}004$) y obtenemos

$$\begin{aligned}\frac{V_{fuerte}}{V_{em}} =& \frac{g_s^2}{\hbar c}\frac{\hbar c}{e^2}\frac{m^2c^4}{m^2c^4 + m_\pi^2 c^4} \approx 15 \times 137 \times 1 \approx 2 \times 10^3 \\ \frac{V_{em}}{V_{debil}} =& \frac{e^2}{\hbar c}\frac{\hbar c}{g_{wk}^2}\frac{m^2c^4 + m_W^2c^4}{m^2c^4} \approx \frac{1}{137}\frac{1}{0{,}004}(80)^2 \approx 1{,}2 \times 10^4\end{aligned} \tag{6}$$

Todo esto para decirles lo que la intuición de leer los nombres ya les dice, la nuclear fuerte es mucho más fuerte que la coulombiana, y la débil mucho más débil.

[2]En un principio se pensó que eran los piones por que son partículas que aparecen de forma habitual en estas interacciones, son bosones, pero no de interacción

Dispersión de Rutherford

Ernest Rutherford en gran medida es el padre fundador de ambas áreas (al menos eso dice la historia, probablemente hubo estudios antes e influencias), fue Lord así que era muy inglés pero nació en Nueva Zelanda[3].

A partir de experimentos de dispersión describió la estructura del átomo, descubriendo el núcleo. Muchos de estos experimentos los hizo con Hans Geiger y Ernest Marsden, sus colaboradores que seguro les suenan sus apellidos; también fue maestro de Niels Bohr.

En ese entonces todo fue a partir de mecánica clásica y un poco de electrodinámica, sin embargo sigue siendo útil su estudio. Una delgada placa metálica era atacada por un haz de partículas α (núcleos de helio). Las partículas no eran dispersadas salvo en ciertas regiones, como se ve en la imagen 1. Si el atómo fuera de acuerdo al modelo de Thompson, por el peso de las partículas α contra los electrones dispersos en el"pudín" se espera que no se desviaran casi nada, como se ve en una gran parte de las partículas incidentes. Sin embargo ese modelo no pude explicar las grandes dispersiones que se dan en unas pocas partículas. Debe haber algo mucho más pesado que un electrón dentro del átomo, ese es el **núcleo** (suenan tambores).

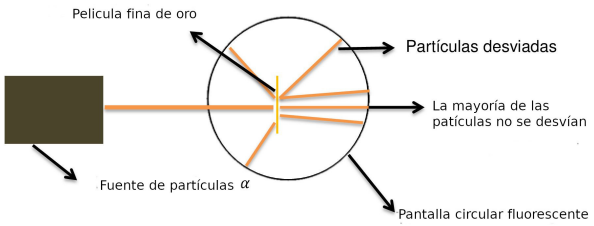


Figura 1: Arreglo experimental para la dispersión de Rutherford. Imagen adaptada a partir de "File:Peliculafinadeouro.jpg" por Costa Isa 14 con una licencia CC BY-SA 4.0

Haciendo el análisis por conservación de la energía: supongamos llega la partícula α (m_α) con una velocidad v_0, tras colisionar con la partícula del blanco (m_t) sale con velocidad v_α, y siendo una colisión elástica la partícula del blanco también adquiere velocidad (en el sistema del laboratorio, podríamos analizarlo por centro de masas, pero eso ya lo pueden hacer ustedes con sus conocimientos de mecánica):

[3]Tierra de Peter Jackson, director conocido por el señor de los anillos, pero que adquirió fama haciendo cine de clase B, *Braindead* y *Meet the Feebles* son buenas películas para conocer esa faceta, deben tener estómago y estar listos para ver lo que a plena luz son churros, pero tienen su profundidad. Si no tienen estómago para ver estas películas que rayan en el mal gusto, les recomiendo "The Frighteners", que tienen todo el sello de Jackson pero más amable. También hay muy buen reggae neozelandes: `https://www.youtube.com/watch?v=JtyCtksvSOg`

$$\frac{1}{2}m_\alpha v_0^2 = \frac{1}{2}m_\alpha v_\alpha^2 + \frac{1}{2}m_t v_t^2$$

de ahí se obtiene $v_0^2 = v_\alpha^2 + \frac{m_t}{m_\alpha}v_t^2$

Si agregan conservación del momento ($m_\alpha v_0 = m_\alpha v_\alpha + m_t v_t$) y lo mezclan con la ecuación anterior llegan a:

$$v_t^2\left(1 - \frac{m_t}{m_\alpha}\right) = 2\overrightarrow{v_\alpha} \cdot \overrightarrow{v_t}.$$

Si pensamos en el modelo de Thompson, donde sólo hay electrones suspendidos en una masa, la relación $m_t/m_\alpha \ll 1$, lo que quiere decir que $\overrightarrow{v_\alpha} \cdot \overrightarrow{v_t} \approx \frac{v_t^2}{2}$, es decir que ambas partículas salen disparadas al frente del sistema de referencia. En cambio, si las masas son casi iguales, las direcciones se vuelven perpendiculares. Si la masa del blanco es mayor el coseno se vuelve negativo, hay **retrodispersión**. De ahí Geiger, Mesner y Rutherford concluyeron que dentro de los átomos hay un constituyente más pesado que los electrones, tan pesado como un núcleo de helio o, en el caso del oro, mucho más pesado.

Eso es a primera aproximación, considerando que sólo estamos colisionando bolas de billar. Aproximándonos más al caso real debemos considerar las fuerzas que actúan. Situándonos en el momento histórico, inicios del siglo XX, se conocen dos tipos de fuerzas, la gravitacional y la electromagnética, como tratamos con cosas tan pequeñas la gravitacional no pinta, nos quedamos con la electrostática (aún más simplificación) y considerando su energía potencial

$$V(r) = \frac{ZZ'e^2}{r}, \tag{7}$$

siendo Z y Z' los números atómicos de blanco y partícula incidente, e la carga del electrón y r la distancia entre partícula y blanco.

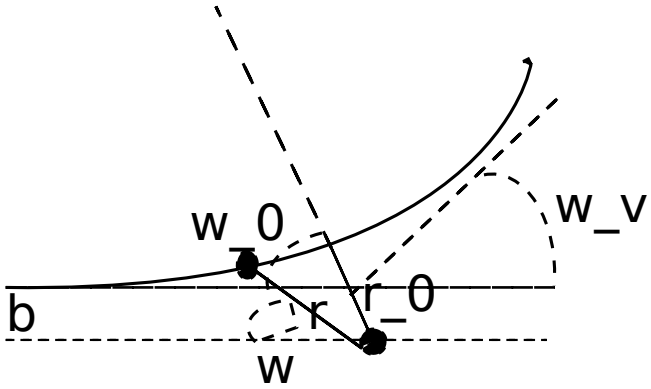


Figura 2: Diagrama de la dispersión, imaginen que w, w0 y wv realmente son ω, ω_0 y ω_v.

A partir de la imagen 2 podemos explicar algunas cosas más. Usamos r como coordenada pues nos movemos a coordenadas polares, hay algunos ángulos

útiles marcados en la misma imagen y agregamos el parámetro de impacto b. Este esquema es útil cuando tenemos dispersión coulombiana. Pero veamos las partes de conservación.

Si la particula incidente, sea un núcleo de helio, un protón, lo que podamos considerar como partícula y tratado de forma clásica, está muy lejos aproximándose al blanco, el total de la energía será su energía cinética.

$$\begin{aligned} E =& \frac{1}{2} m v_0^2 \\ \text{despejando } v_0 =& \sqrt{\frac{2E}{m}} \end{aligned} \tag{8}$$

En este mismo punto, alejado del blanco, el momento angular sería:

$$\ell = m v_0 b$$

Rememorando sus clases de mecánica seguro no les parece raro, es como el momento lineal multiplicado por una longitud que asociamos con "el brazo" de la palanca, en este caso el brazo es el parámetro de impacto b, la fuerza que desvía la partícula es la electromagnética. Usando la ecuación 8 y sustituyendo en

$$\begin{aligned} \ell =& m\sqrt{\frac{2E}{m}} b = b\sqrt{2mE} \\ \text{despejando } \frac{1}{b^2} =& \frac{2mE}{\ell^2} \end{aligned} \tag{9}$$

Vamos dejando un poco las cosas ahí al aire, pero eventualmente las juntaremos. El momento angular también se puede escribir como

$$\begin{aligned} \ell =& m r^2 \dot{\omega} \\ \text{es decir, } \frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega} =& \frac{\ell}{m r^2} \end{aligned} \tag{10}$$

Aquí en lugar de usar el parámetro de impacto usamos la coordenada r y el ángulo ω (como se ve en la figura 2), este término es útil incluso ya en las cercanías del blanco.

Ahora sí podemos escribir un término más general para la energía, que incluya la energía cinética debida a la velocidad en dr/dt, la velocidad angular $\dot{\omega}$ y la energía potencial

$$\begin{aligned} E =& \frac{1}{2} m \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2} m r^2 \left(\frac{d\omega}{dt}\right)^2 + V(r) \\ =& \frac{1}{2} m \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2} m r^2 \left(\frac{\ell}{m r^2}\right)^2 + V(r) \\ \text{llegando } \frac{dr}{dt} =& -\left[\frac{2}{m}\left(E - V(r) - \frac{\ell^2}{2mr^2}\right)\right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \tag{11}$$

Al sacar la raíz cuadrada de la velocidad radial se tomo la parte negativa, para mostrar que el cambio en la coordenada es negativo (la matemática lo permite, la física muestra que sólo una de las raíces nos es útil). Reacomodando un poco la ecuación 11 y mezclándola con la ecuación 9

$$\begin{aligned}\frac{dr}{dt} =& -\left[\frac{2}{m}\frac{\ell^2}{2mr^2}\left\{\frac{2mEr^2}{\ell^2}\left(1-\frac{V(r)}{E}\right)-1\right\}\right]^{\frac{1}{2}}\\ =& -\frac{\ell}{mr}\left[\frac{r^2}{b^2}\left(1-\frac{V(r)}{E}\right)-1\right]^{\frac{1}{2}}\\ =& -\frac{\ell}{mrb}\left[r^2\left(1-\frac{V(r)}{E}\right)-b^2\right]^{\frac{1}{2}}\end{aligned} \tag{12}$$

Ya tenemos el parámetro de impacto metido, ahora hacemos chanchullo con la ecuación 10 e incrustamos la anterior ecuación 12:

$$\begin{aligned}d\omega =& \frac{\ell}{mr^2}dt = \frac{\ell}{mr^2}\frac{dt}{dr}dr\\ =& -\frac{\ell}{mr^2}\frac{dr}{\frac{\ell}{mrb}\left[r^2\left(1-\frac{V(r)}{E}\right)-b^2\right]^{\frac{1}{2}}}\\ =& -\frac{bdr}{r\left[r^2\left(1-\frac{V(r)}{E}\right)-b^2\right]^{\frac{1}{2}}}\end{aligned} \tag{13}$$

Quizá en este punto ya estén mareados de tanto manipular términos y no vean dónde está la física, vean todos los años invertidos en esta carrera y se pregunten £para qué? Aguarden, aquí entra la física. Queremos conocer como es el cambio en la coordenada angular con respecto a la radial, como se muestra en la figura 2, para ver el cambio total debemos integrar la expresión anterior 13 desde ∞, de donde viene la partícula incidente, al punto de máxima aproximación con el blanco, eso es el punto marcado como r_0. £Porqué ahí? Si recuerdan su curso de mecánica en ese punto la partícula prácticamente se detiene (en la coordenada radial), la energía cinética se reduce y se hace mayor la potencial, porque la particula del blanco repele a la incidente (estamos en el caso del núcleo de helio contra el núcleo de oro). Integramos desde infinito hasta el punto donde $dr/dt|_{r=r_0} = 0$

$$\begin{aligned}\int_0^{\omega_0} d\omega =& -\int_\infty^{r_0}\frac{bdr}{r\left[r^2\left(1-\frac{V(r)}{E}\right)-b^2\right]^{\frac{1}{2}}}\\ \omega_0 =& b\int_{r_0}^{\infty}\frac{dr}{r\left[r^2\left(1-\frac{V(r)}{E}\right)-b^2\right]^{\frac{1}{2}}}\end{aligned} \tag{14}$$

Si estamos en el punto de máxima aproximación a la partícula del blanco, donde la derivada de r se hace 0, eso quiere decir que, tomando las ecuaciones 11 y 12 tenemos

$$
\begin{aligned}
E - V(r) - \frac{\ell^2}{2mr^2} =& 0 \\
r^2 \left(1 - \frac{V(r)}{E}\right) - b^2 =& 0
\end{aligned} \tag{15}
$$

Ahora introducimos el potencial coulombiano antes mencionado en 7, evaluamos en la distancia mínima entre blanco y partícula y despejamos

$$
\begin{aligned}
r_0^2 \left(1 - \frac{ZZ'e^2}{r_0 E}\right) - b^2 &= 0 \\
r_0^2 - \frac{ZZ'e^2 r_0}{E} - b^2 &= 0 \\
\text{resolviendo } r_0 &= \frac{\frac{ZZ'e^2}{E} \pm \sqrt{\left(\frac{ZZ'e^2}{E}\right)^2 + 4b^2}}{2} \\
\text{la raíz positiva } r_0 &= \frac{ZZ'e^2}{2E}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{4b^2E^2}{(ZZ'e^2)^2}}\right)
\end{aligned} \tag{16}
$$

Ahora hacemos el cambio en la integral 14 y realizamos un cambio de variable:

$$
\begin{aligned}
\omega_0 =& b \int_{r_0}^{\infty} \frac{dr}{r\left[r^2\left(1 - \frac{ZZ'e^2}{Er}\right) - b^2\right]^{\frac{1}{2}}} \\
\theta = \pi - 2\omega =& \pi - 2b \int_{r_0}^{\infty} \frac{dr}{r\left[r^2\left(1 - \frac{ZZ'e^2}{Er}\right) - b^2\right]^{\frac{1}{2}}},
\end{aligned} \tag{17}
$$

para medir el ángulo azimutal (es decir, medir el ángulo respecto a la dirección en que llega la partícula). Para integrarlo conviene hacer un cambio de variable $x = 1/r$, que implica $dx = -dr/r^2$ o $dr = -dx/x^2$, ademas del valor de:

$$
x_0 = \frac{1}{r_0} = \frac{2E}{ZZ'e^2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{4b^2E^2}{(ZZ'e^2)^2}}\right)^{-1} \tag{18}
$$

Con esta información reescribimos la integral

$$
\begin{aligned}
\theta =& \pi - 2b \int_{x_0}^{0} -\left(\frac{dx}{x^2}\right) \frac{x}{\left[\frac{1}{x^2} - \frac{ZZ'e^2x}{x^2E} - b^2\right]^{\frac{1}{2}}} \\
\theta =& \pi + 2b \int_{x_0}^{0} \frac{dx}{\left[1 - \frac{ZZ'e^2x}{E} - b^2x^2\right]^{\frac{1}{2}}}
\end{aligned} \tag{19}
$$

No me detendré en la integración, pero si van a una tabla de integrales o a su programa de álgebra simbólica favorito (usen maxima, es software libre)

obtienen de la integral[4]

$$\theta = \pi + 2cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{1+\frac{4b^2E^2}{(ZZ'e^2)^2}}}\right) \tag{20}$$

Despejando el parámetro de impacto para tenerlo en función del ángulo

$$b = \frac{ZZ'e^2}{2E}cot\frac{\theta}{2} \tag{21}$$

Entonces imaginen que ustedes son los físicos encargados de este experimento, medir el parámetro de impacto en las unidades que les he mencionado está muy difícil, y si la partícula se mueve peor, pero el ángulo de dispersión ese sí que lo pueden medir (en la parte de física nuclear y de partículas experimental daremos un *tour*, en video, por algunos experimentos, para que vean estos arreglos). Analicen como cambia este parámetro de impacto para Z's grandes y pequeñas, para distintas energías E .

Sección eficaz

Hasta este punto hemos construido con teoría clásica la interacción coulombiana de una partícula con otra partícula perteneciente a un blanco. Es una buena aproximación, pues estamos considerando energías aún por debajo de las necesarias para estudios nucleares, las colisiones son elásticas, no rompen el núcleo ni interactúan más allá con sus constituyentes. Recuerden que en este momento estamos apenas en el descubrimiento del núcleo.

Si queremos armar un poco la cosa para comprobar experimentalmente hablaremos de secciones eficaces. Esta es una medida estadística, pues no podemos lanzar una sola partícula a un sólo átomo del blanco, tenemos un haz de partículas y un blanco con una cierta densidad de núcleos, unos detectores que miden una corriente eléctrica.

Tendremos ahora una densidad de partículas N_0 incidentes en el blanco (que son partículas por unidad de tiempo por unidad de área del blanco), suponiendo que esta densidad se mantiene constante al atravesar el material (no es un medio demasiado denso). Este paquete de partículas tendrá un rango de parámetros de impacto que va de b a $b+db$, y serán dispersadas en un rango de θ a $\theta - d\theta$. Pero como estamos en un laboratorio real, estamos en tres dimensiones, entonces la dispersión sucede en un ángulo sólido, así el número de partículas dispersadas por unidad de tiempo será $2\pi N_0 bdb$.

Como dijimos antes si N_0 es la cantidad de partículas incidentes por unidad de tiempo y unidad de área del blanco, entonces $2\pi bdb$ es similar a un área de sección eficaz transversa que llamaremos $\Delta\sigma = 2\pi bdb$. Para hacerla más general el potencial central también podría hacer cambios en la tercera coordenada polar (en toda nuestra construcción hemos supuesto que no y aún agregándola no veremos muchos cambios), entonces tenemos:

[4]Si quieren checarlo: usen la integral $\int \frac{dx}{\sqrt{a+bx+cx^2}}$, si lo hacen en máxima les preguntará si $4ac - b^2$ es cero o no-cero, contesten n y pulsen ctrl-Enter, enseguida les pregunta si c es positiva o negativa, contestan n y ctrl-Enter, por último pregunta si b es cero o no-cero, contestan como en la primera pregunta. Comparen el resultado con tablas.

$$\Delta\sigma(\theta,\phi) = b\ db\ d\phi$$

$$\text{por otro lado } \Delta\sigma(\theta,\phi) = -\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta,\phi)d\Omega = -\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta,\phi)sen\theta d\theta d\phi. \tag{22}$$

Y hemos introducido la sección eficaz diferencial $d\sigma/d\Omega$ que será muy importante para todo experimento de dispersión.

Como hemos visto en la subsección anterios b depende de θ de forma negativa, de ahí el cambio de variable y signo. Teniendo una simetría en ϕ (cosa muy común) podemos integrar directamente esa dependencia y quedar con

$$\Delta\sigma(\theta) = -\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta)2\pi sen\theta d\theta = 2\pi b db$$

$$\text{despejando } \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = -\frac{b}{sen\theta}\frac{db}{d\theta} \tag{23}$$

Integrando el término sobre el ángulo sólido $d\Omega$ obtenemos la sección eficaz total, que como pueden analizar de los términos debe tener unidades de área, pero será un área muy pequeña si el radio nuclear es de alrededor de 10^{-15} metros. Estas áreas están en el orden de $1 \times 10^{-28} m^2$ o $1 \times 10^{-24} cm^2$, que es igual la unidad llamada **barn**, que usaremos a lo largo de este curso.

Pero antes de integrar debemos meter la información de nuestro potencial tratado en la subsección anterior, sabemos ya como el parámetro de impacto depende de θ por la ecuación 21, sacamos su derivada y lo introducimos en la formula 23 y obtenemos:

$$\frac{db}{d\theta} = -\frac{1}{2}\frac{ZZ'e^2}{2E}csc^2\frac{\theta}{2}$$

$$\text{sustituyendo } \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = -\frac{b}{sen\theta}\frac{db}{d\theta} = \left(\frac{ZZ'e^2}{4E}\right)^2 \frac{1}{sen^4\frac{\theta}{2}} \tag{24}$$

Esa es la sección eficaz de Rutherford (sin correcciones cuánticas), podrían verla como el primer ladrillo en la construcción de este edificio (quizá torres gemelas y en un futuro conjunto de edificios) de la física subatómica. Lo que restaría sería integrarla para ver cuanto es la sección eficaz total, si lo intentan verán que la integral diverge, y eso se debe a que el potencial coulombiano tiene un alcance infinito, por lo tanto la sección eficaz total de una partícula cargada se extiende a todo el universo.Claro que la experiencia nos muestra que a cierta distancia el efecto de este potencial es cada vez menor.

La corrección cuántica no cambia mucho, así que este resultado se mantiene a nuestros días.

Sección eficaz de Mott

Tomando en cuenta el espín del electrón en la aproximació para la dispersión, que a altas energías se vuelve relevante, la sección eficaz se corrige como:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Rutherford} cos^2\frac{\theta}{2} = 4z^2Z^2\alpha^2\frac{E2}{|q|^4}cos^2\frac{\theta}{2}, \tag{25}$$

E' es la energía con la que sale la partícula. En el caso de Rutherford se consideró que era prácticamente la misma energía, o que la diferencia era despreciable.

Y en el caso ultra relativista, cuando la masa tiende a cero:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Point} = \frac{E'}{E}\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott}. \tag{26}$$

Camino libre medio

Ya podemos tener una idea de qué es la sección eficaz, si lo pensamos en los terrenos de mecánica clásica de partículas no cargadas y masa suficiente es algo parecido al área de impacto. Claro que como tenemos un haz de partículas y varios núcleos dispersores realmente se vuelve una medida estadística, y como ahora tenemos un potencial electromagnético no necesariamente es el área transversa de la partícula. Así que es importante distinguir: tiene unidades de área, rememora a un fenómeno parecido de mecánica clásica, pero no necesariamente es lo mismo.

Esto puede sonar medio complejo, pero no se preocupen, las ideas iran aclarándose en el camino (quizá no del curso, pero al menos si de su desarrollo en el área que trabajen).

Pero veamos una aplicación directa de este valor tomando un concepto que posiblemente vieron en su curso de medios deformables o si tomaron alguno de física de plasmas.

Definición 2 *El camino libre medio λ es la distancia promedio que viaja una partícula entre colisiones dentro de un medio material.*

Por lo regular se habla de gases, hasta el momento hemos hablado de un blanco sólido, pero también se puede bombardear un blanco gaseoso (es un poco más dificil y requiere más control), a este nivel con que tenga núcleos lo tratamos por igual, sólido, líquido y gaseoso.

$$\lambda = \frac{1}{\sigma n}, \tag{27}$$

donde σ es la sección eficaz total de las partículas en el blanco y n es la densidad volumétrica de blancos[5]. Esta relación se obtienen del estudio cinemático de las colisiones de las partículas en movimiento del haz contra las partículas estáticas del blanco, en ese caso σ si es más cercano a una área transversal. Pero el mismo estudio nos sirve para cualquier núcleo dispersor, de cierta forma σ se asemeja a un área efectiva. El resto sólo es repetir el proceso para un montón de partículas en el blanco (de ahí que usemos la densidad volumétrica).

Hay un valor intermedio útil que es el coeficiente de atenuación

$$\mu = n\sigma = \frac{1}{\lambda} \tag{28}$$

[5]Para obtenerla si a buscan en internet quizá sea difícil, pero pueden sacarla a partir de la densidad másica del material ρ. Teniendo la densidad másica solo es cuestión de usar el número de Avogadro y el número másico del núcleo, por ejemplo, para el oro el número másico es $A = 197gr/mol$, que se parece a la cantidad de nucleones pero con unidades. $n = \rho N_A/A$

Algunos de estos conceptos los retomaremos en la parte de experimentos. Por el momento es útil para manejar las unidades de la sección eficaz y ver su relación con los materiales del blanco (si checan, en todos estos términos no importa que partícula sea la que incide).

1. Partículas elementales

1.1. Masa, espín, carga y momento dipolar

Para diferenciar las partículas empezamos por su masa y su espín. La masa se obtiene por distintos métodos experimentales que quizá ya conocen o veremos más adelante, algunas partículas tienen diferencias de masa muy pequeñas, como es el caso del neutrón y el protón, pero la diversidad en valores es grande.

El espín es un momento angular intrínseco que puede no ser tan directo como medir masas (aunque tampoco es sencillo) pero que nos da más información sobre las propiedades físicas que serán fundamentales para el estudio, sobretodo darnos cuenta de que todas estas partículas están en el terreno de la mecánica cuántica.

Recuerden que hay dos números de momento angular, el orbital y el intrínseco o espín, rememoremos que existe un operador de proyección sobre z del momento angular orbital ($L_z = -i\hbar\partial/\partial\varphi$), los valores propios de este operador están cuantizados, es decir que sólo puede tener ciertos valores y, como es un vector, sólo estar en ciertas orientaciones. La función de onda es el valor propio del operador L_z y $\mathbf{L}^2$. Se obtienen los números cuánticos ℓ y m, que son valores enteros y para una ℓ dada m puede tomar los $2\ell + 1$ valores que van de $-\ell$ a ℓ. Esto lo digo platicado pues seguro lo recuerdan aún, este valor no será importante para la parte de partículas, en la de nuclear sí, así que manténganlo en su memoria.

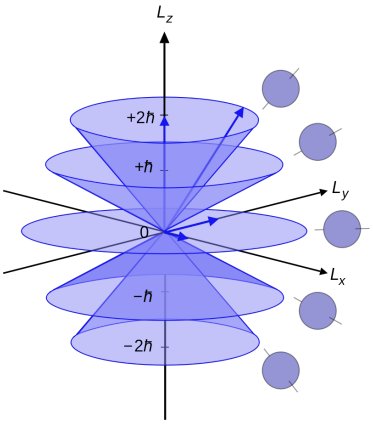


Figura 3: Modelo vectorial de la cuantización del momento angular orbital, imagen de dominio público por Maschen - Own work, Public Domain, `https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=17763200`

Pero en el espectro de posibles valores de m en metales alcalinos, se vio en unos casos que había dobletes, es decir, $2\ell + 1 = 2$, eso sólo puede suceder sí

$\ell = 1/2$, cuestión que no sale de cuantizar el momento angular orbital. Pauli por un lado propuso que el electrón tenía un valor doble intrínseco, hoy sabemos que son $1/2$ y $-1/2$, por otro lado Uhlenbeck y Goudsmit propusieron que el electrón giraba como trompo o como bailarín derviche[6].

De ahí, las relaciones de conmutación se mantienen para un nuevo operador $\mathbf{J}$ (con su número cuántico asociado J) que satisface ecuaciones de valores propios similares a las del momento angular orbital, pero que admite valores semienteros. De igual forma hay un número cuántico M que para una J tiene $2J+1$ valores de $-J$ a J.

Pero no sólo los electrones tienen un momento angular intrínseco, cualquier partícula (incluso compuesta, como el núcleo o los hadrones) tiene espín, tiene asociado un operador $\mathbf{S}$ y un número cuántico s, puede tener valor *semientero* (los ferminones) o entero (bosones). La diferencia para llamarlos así es que la función de onda de dos partículas idénticas, al intercambiar la posición de las partículas pueden mantenerse iguales (es simétrica) o cambiar de signo (antisimétrica):

$$\begin{aligned}\Psi(1,2) =&\Psi(2,1) \text{ simétrica, bosones}\\ \Psi(1,2) =&-\Psi(2,1) \text{ antisimétrica, fermiones}\end{aligned} \tag{29}$$

Las partículas también tienen carga eléctrica, de hecho es una de las características más importantes para estudiarlas, la mayoría de nuestros detectores detectan partículas cargadas, las que poseen carga cero son detectadas de manera indirecta. En los aceleradores y muchas de las aplicaciones las partículas son aceleradas a través de campos eléctricos y magnéticos. La ecuación que rige ese movimiento es la fuerza de Lorentz

$$\overrightarrow{F} = q(\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}) \tag{30}$$

Recuerden el experimento de Millikan donde hizo levitar una gota de aceite entre dos placas cargadas, logrando determinar la carga del electrón. Con ella y conociendo la fuerza que ejercía el campo eléctrico se pudo determinar la masa[7]. Ahora, en párrafos pasados mencionamos la evidencia de que las partículas giran con un cierto espín, y si además están cargadas, entonces tienen una corriente (no es tan intuitivo si es una partícula puntual, pero supongamos que tienen una distribución de carga) y toda corriente genera un campo magnético. A las partículas cargadas además les asociamos un *momento dipolar magnético*, $\overrightarrow{\mu}$

$$|\overrightarrow{\mu}| = \frac{1}{c} \text{ corriente } \times \text{ área} \tag{31}$$

Mezclando el análisis con mecánica clásica y haciendo las correcciones cuánticas se obtiene que para cualquier partícula:

$$\begin{aligned}\mu =& g\frac{e}{2mc}\mathbf{J}\\ \mu =& g\mu_0\frac{\mathbf{J}}{\hbar},\end{aligned} \tag{32}$$

[6] `https://www.youtube.com/watch?v=hkuimX1bh6g`

[7] Hay que reconocer que el experimento lleva el nombre de Millikan, pero fueron varias las personas que trabajaron

Con g una constante adimensional y μ_0 otra constante llamada magnetón, y para fines prácticos es la unidad en la que se mide el momento dipolar magnético. Si la masa es sustituida por la del electrón la unidad es el magnetón de Bohr μ_B, si se sustituye por la masa del protón es el magnetón nuclear μ_N.

1.2. Antipartículas

Como consecuencia de la ecuación de Dirac, al ampliación relativista a la ecuación de Schrödinger, a toda partícula le corresponde una antipartíacula, de la misma masa pero carga contraria.

Una partícula moviéndose libremente con un momento $\vec{p}$ puede describirse por una función de onda de de Broglie:

$$\Psi(\vec{r},t) = Ne^{i(\vec{p}\cdot\vec{r}-Et)/\hbar},\ \nu = \frac{E}{h},\ \lambda = \frac{h}{p} \tag{33}$$

Que obedece a la ecuación de Schrödinger, donde se toma la energía no relativista $E = p^2/2m$. Pero el caso relativista como ya sabemos $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$.

$$-\hbar^2\frac{\partial^2\Psi(\vec{r},t)}{\partial t^2} = -\hbar^2c^2\nabla^2\Psi(\vec{r},t) + m^2c^4\Psi(\vec{r},t) \tag{34}$$

Que permite soluciones con energías positivas y negativas

$$\Psi(\vec{r},t) = Ne^{i(\vec{p}\cdot\vec{r}-E_pt)/\hbar},\ E = E_p = (p^2c^2 + m^2c^4)^{1/2} \geq mc^2 \tag{35}$$

$$\hat{\Psi}(\vec{r},t) = N^*e^{i(-\vec{p}\cdot\vec{r}+E_pt)/\hbar},\ E = -E_p = -(p^2c^2 + m^2c^4)^{1/2} \leq -mc^2 \tag{36}$$

Pero la ecuación de Klein-Gordon no cubre todos los requerimientos cuánticos, en particular no es capaz de garantizar una probabilidad positiva para la posición. Dirac llegó a completar el esquema proponiendo un Hamiltoniano

$$H = -i\hbar c\sum_{i=1}^{3}\alpha_i\frac{\partial}{\partial x_i} + \beta mc^2 = c\alpha\cdot\hat{\mathbf{p}} + \beta mc^2, \tag{37}$$

donde α_i $(i = 1, 2, 3)$ y β son coeficientes a determinar si las soluciones son compatibles con la ecuación de Klein-Gordon. Pero resulta que al pedir eso salen unas condiciones para estos coeficientes parecidos a las del álgebra matricial, en particular matrices 4×4. Por esa misma razón la función de onda ahora es una matriz columna, un *espinor*

$$\mathbf{\Psi}(\vec{r},t) = \begin{pmatrix}\Psi_1(\vec{r},t)\\ \Psi_2(\vec{r},t)\\ \Psi_3(\vec{r},t)\\ \Psi_4(\vec{r},t)\end{pmatrix}$$

Los cuatro valores corresponden a dos con energía positiva (y con espines contrarios) y dos con energía negativa (y espines contrarios). De aquí podemos ver la existencia de antipartículas, aquellas con energía negativa. Otra cosa fue ya después descubrirlas experimentalmente.

1.3. Partículas e interacciones

Las tres fuerzas del modelo estándar de las que hablamos en la introducción (electromagnética, nuclear fuerte y nuclear débil) también nos servirán para clasificar la gran cantidad de partículas que se conocen. No todas las partículas sienten la fuerza nuclear fuerte, recordemos que actúa sobre cargas de color, las partículas neutras (como los neutrinos y el neutrón) no sienten la fuerza electromagnética, y la fuerza nuclear débil solo interactúa en casos muy específicos.

Esto nos da una idea de que existen tres grandes familias de partículas, y es verdad, pero no es por esa razón

Tipo	Ejemplos	Interacciones
Bosones de norma	γ, $W^{\pm}$, Z, gluón	Son los mediadores de las interacciones
Leptones	e^{-}, μ, τ, ν_e, ν_μ y ν_τ	Electromagnética, nuclear débil
Hadrones	p, n, $\pi^{\pm}$, π^0, λ^0, Δ^{++}, $K^{\pm}$,...	Electromagnética, nuclear fuerte y nuclear débil

Pero de aquí aún hay subdivisiones. Como hemos visto las partículas se diferencian también por su espín, eso las divide en bosones (con espín entero) y fermiones (espín semi-entero). Esta diferenciación es particularmente útil al momento de checar las simetrías y números que se conservan. Así, los hadrones se subdividen en bariones y mesones. Los primeros tienen espín semi-entero, los segundos son bosones y en un principio se pensó que varios de ellos eran partículas mediadoras de las interacciones, bosones de norma.

Y hay un componente extra: existen las antipartículas. El electrón tiene su antipartícula llamada el positrón, que posee la misma masa pero cambia su carga, es positiva, así como otros números de conservación. El protón y el neutrón de igual manera tienen su antipartícula con características cambiadas (en el caso del neutrón la carga no), hay unos pocos casos raros, como el π^0 que es su propia antipartícula.

Para poder tener una mejor clasificación de las partículas con todo lo antes mencionado y recabado haremos uso de números cuánticos y sus conservaciones. Experimentalmente se ha visto que las partículas que son fermiones se conservan, en cualquier interacción el número de fermiones se conserva. Si al electrón le asociamos un número leptónico positivo, el positrón tendrá uno negativo. £Qué pasa con π^0 que es su propia antipartícula? Ahí no hay conservación, no existe un número mesónico.

En cambio los bariones sí tienen un número asociado que debe conservarse, el protón tendrá número bariónico 1 y el anti-protón número bariónico -1. Revisemos una interacción del tipo:

$$p \rightarrow e^{+} + \pi^0 \tag{38}$$

£Es posible? Primero checamos energía, como es un decaimiento (una partícula que espontáneamente decae a otras) no debemos detenernos en la energía cinética, el protón podría estar en reposo y decaer en esas dos que viajan en direcciones contrarias, de tal forma que se conserva momento, la energía cinética

se obtendrá del exceso de energía en reposo de la partícula original. Entonces, si es un decaimiento al checar energía checamos la energía en reposo:

$$\underset{938MeV/c^2}{p} \rightarrow \underset{0{,}511MeV/c^2}{e^+} + \underset{135MeV/c^2}{\pi^0}$$

Del lado izquierdo de la flecha hay mucha más energía en reposo que del lado derecho, está bien, es viable y la restante energía se irá en darles energía cinética a las partículas resultantes, *la energía se conserva*. Detengamos aquí nuestro carro (de paletas) para advertir algo, esto se checa cuando es un decaimiento, **de ser una interacción, dos partículas colisionando, dado que no sucede espontáneamente no checamos conservación de la energía, debió darseles una energía para que chocaran en un principio**.

Si ya checamos energía y se conserva (es mayor la energía en reposo inicial que la final, en decaimientos) pasamos a checar carga

$$\underset{+1e}{p} \rightarrow \underset{+1e}{e^+} + \underset{0e}{\pi^0}$$

La carga la mediremos en unidades de carga del electrón, eventualmente podemos borrar la e y sólo tener presente cuál es nuestra unidad. Como pueden ver de un lado la carga es $+1e$ y del otro lado lo mismo, $+1e$: *la carga se conserva*.

Hasta ahí prece que el decaimiento sucede, pero nos falta checar si se conserva el número bariónico:

$$\underset{no.\ barionico:\ +1}{p} \rightarrow \underset{no.\ barionico:\ 0}{e^+} + \underset{no.\ barionico:\ 0}{\pi^0}$$

El positrón es un leptón y el pion neutro es un mesón, no son bariones y por lo tanto su número bariónico es cero. *Este decaimiento no puede suceder pues el número bariónico no se conserva.*

De manera análoga sucede con los leptones ya que son fermiones y deben conservarse, el electrón tienen un número leptónico de $+1$, su antipartícula el positrón e^+ tiene un número leptónico de -1. Y aquí hay una sutileza más, no sólo debe conservarse el número leptónico, debe conservarse el número leptónico por familia. Para explicar mejor veamos nuestra nueva tabla de las partículas fundamentales como se ve en la figura 4. Centrándonos en la parte de los leptones, vemos que están divididos por tres familias: la familia I o del electrón que incluye al electrón e^-, al neutrino del electrón ν_e y sus respectivas anti partículas. La familia II o del muón con μ, ν_μ y sus antipartículas. Por último la familia III o de tau, con τ, ν_τ y sus antipartículas.

Por ejemplo, un decaimiento del tipo

$$\mu^- \rightarrow e^- + \gamma,$$

A pesar de que la energía y la carga se conservan (el número bariónico igual, es cero de ambos lados) *no es posible, pues el número leptónico por familia no se conserva*, de un lado tenemos un $+1$ para el número leptónico de la familia μ, del otro tenemos 0 para la familia de μ y 1 para la familia de e, no se conservan. En cambio un decaimiento que si es posible es:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu_e} + \nu_\mu, \tag{39}$$

Veamos paso por paso:

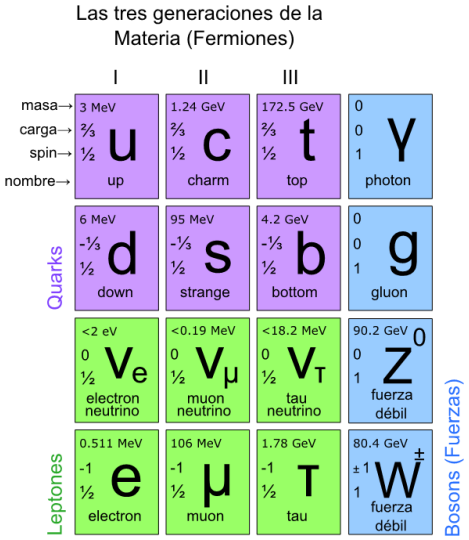


Figura 4: Partículas fundamentales, imagen con licencia GNU Free Documentation License, File:Generaciones delamateria.png. (2020, March 10). Wikimedia Commons, the free media repository. Retrieved 02:38, July 27, 2020 from `https://commons.wikimedia.org/w/index.php?title=File:Generaciones_delamateria.png&oldid=403043786`.

$$\underset{105{,}6MeV/c^2}{\mu^-} \rightarrow \underset{0{,}511MeV/c^2}{e^-} + \underset{<3\times10^{-6}MeV/c^2}{\bar{\nu}_e} + \underset{<0{,}19MeV/c^2}{\nu_\mu}.$$

La energía se conserva, la carga:

$$\underset{-1e}{\mu^-} \rightarrow \underset{-1e}{e^-} + \underset{0e}{\bar{\nu}_e} + \underset{0e}{\nu_\mu},$$

la carga se conserva, como no hay bariones todos tienen número bariónico 0, se conserva. Ahora chequemos el número leptónico por familia:

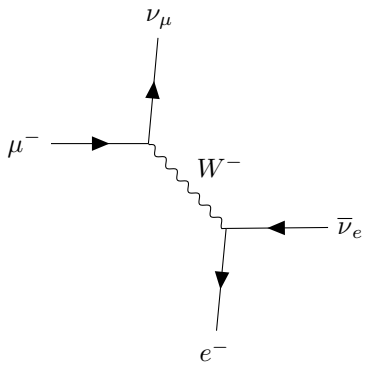
$$\underset{\text{no. leptónico familia } \mu{:}1}{\mu^-} \rightarrow \underset{\text{no. leptónico familia } e{:}1}{e^-} + \underset{\text{no. leptónico familia } e{:}-1}{\bar{\nu}_e} + \underset{\text{no. leptónico familia } \mu{:}1}{\nu_\mu}$$

Notemos que el número leptónico de la familia μ se queda como 1 de ambos lados, y el número leptónico por familia de e se hace cero del lado derecho. El valor de estos números para los leptones se muestra en la tabla 1, para las antipartículas es similar, salvo con signo menos cada valor.

El decaimiento 39 es posible pues se conservan todos los números cuánticos vistos hasta ahora, de ser así entonces procedemos a hacer el diagrama de Feynman.

Partícula	No. leptónico familia e	No. leptónico familia μ	No. leptónico familia τ
e^-	1	0	0
ν_e	1	0	0
μ^-	0	1	0
ν_μ	0	1	0
τ^-	0	0	1
ν_τ	0	0	1

Cuadro 1: Valores del número leptónico por familia para los leptones



Pero debo explicar como se hace.

1.4. Diagramas de Feynman

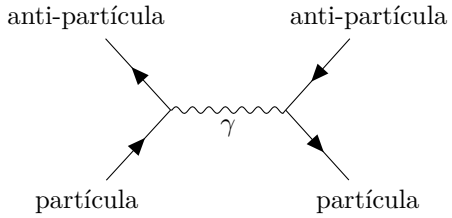
Para empezar nos detenemos en la idea que muestra esta interacción, se parte de una partícula, que por un proceso que ya especificaremos se convierte en un electrón y crea otras dos partículas. Esto podría ir en contra de la teoría cuántica, ya que en ese terreno la probabilidad de encontrar una partícula con función de onda Ψ no depende del tiempo, pero en este decaimiento en un momento encontramos un muón y al siguiente a más partículas distintas. En esto está clara la marca de la mecánica cuántica relativista que describimos por la ecuación de Dirac, al agregar la parte relativista existen la posibilidades de decaimientos y la necesidad de antipartículas.

Por los alcances del curso no hablaremos más de la ecuación de Dirac, pero si quieren revisar el tema un poco más pueden checar el libro de B.R. Martin y G. Shaw *"Particle Physics"*, en la tercera edición el tema está en la página 9.

Nosotros nos quedaremos en el resumen práctico de esta teoría, apenas nos asomaremos por la ventana, pero les dará una idea, y en gran medida hace un poco más divertido trabajar los decaimientos e interacciones con partículas. Los diagramas de Feynman son un lenguaje para trabajar con la electrodinámica cuántica, a primera vista es una descripción pictórica de los procesos en física de partículas, pero dan más información de la que veremos aquí.

La dirección de las flechas indica la dirección del tiempo, aquí es por convención, si les parece tomemos que el tiempo va de izquierda a derecha (hay quienes lo toman de arriba a abajo, es válido y si toman otra convención recuerden decirnos). Así una partícula avanza en el tiempo en una flecha con dirección

izquierda derecha ($\rightarrow$), y una antipartícula avanza hacia atrás en el tiempo($\leftarrow$). Esto es una peculiaridad de la electrodinámica cuántica y de la ecuación de Dirac, una antipartícula es igual a su partícula, pero viajando en una dirección contraria en el tiempo (justo al introducir el tiempo en la ecuación de Scrödinger y hacerla relativista existe esta posibilidad de usar las mismas partículas que ya conocemos, pero con tiempo negativo, dando lugar a nuevos estados).



En el ejemplo de interacción anterior el tiempo va de izquierda a derecha, las flechas en esa dirección son partículas, y las flechas en dirección contraria son antipartículas, esta interacción anónima es mediada por un fotón que es esa línea ondulante. En cada vértice, donde se unen dos o más líneas deben conservarse:

- Energía
- Carga
- Número leptónico por familia
- Momento

En esa lista nos falta el número bariónico, pero requiere un análisis especial pues en estos diagramas no vamos a checar exactamente el número bariónico. Y posiblemente de nuestro análisis nos sobra la conservación de momento, por supuesto se conserva, pero para el nivel de este curso no vamos a checar esa parte.

Prácticamente en cada vértice debemos checar todas las conservaciones que checamos en un decaimiento o interacción.

Para lo hadrones (bariones y mesones) haremos una pequeña variación del método tradicional. Si ustedes checan en los libros los diagramas de Feynman de los decaimientos o interacciones de hadrones podrán ver que aparecen como partículas, sin mostrar sus cuarks que los constituyen. Aquí vamos a tratar cada cuark por separado para ver como se transforman, que interacciones hay y las conservaciones por vértice. De cierta forma será un diagrama de Feynman compuesto.

Un ejemplo con piones

$$p + p \rightarrow p + n + \pi^+ \tag{40}$$

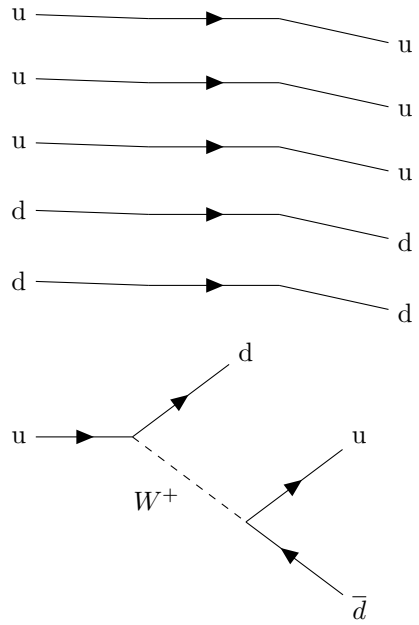
Los piones son los mesones más ligeros, los cargados tienen una masa aproximada de $140 MeV/c^2$ y el π^0 de $\approx 135 MeV/c^2$. Suelen aparecer en procesos hadrónicos y sus tiempos de vida media son propios de interacciones débiles ($2{,}6 \times 10^{-8} s$), sus canales de decaimiento:

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu \tag{41}$$
$$\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu \tag{42}$$
$$\pi^0 \to \gamma + \gamma \tag{43}$$

Esos diagramas de Feynman les tocan a ustedes. Ahora regresamos al que íbamos a ver, dos protones que chocan y producen un protón, un neutrón y un π^+. Ya saben que como es interacción no checamos energía (aunque claro que siempre debe conservarse) porque no sabemos cuanta energía estamos dando para que suceda la colisión. Pero todo lo demás se checa:

$$\underset{uud}{p} + \underset{uud}{p} \to \underset{uud}{p} + \underset{udd}{n} + \underset{u\bar{d}}{\pi^+} \tag{44}$$

Se conserva la carga, el número bariónico y como no hay leptones ese también se conserva, pueden comprobarlo. Si todo se conserva pasamos al diagrama de Feynman



Otro ejemplo

$$K^- + p \to K^0 + K^+ + \Omega^- \tag{45}$$

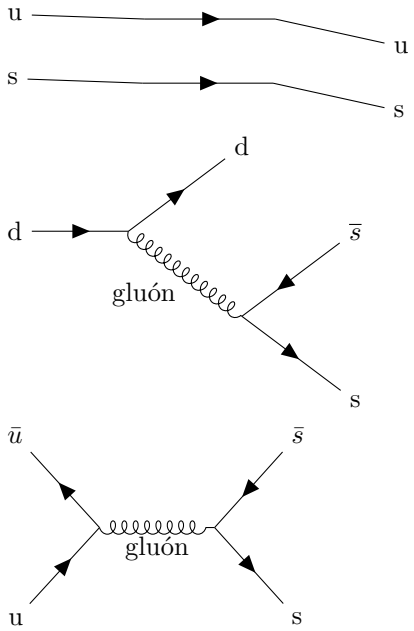
De su constitución en cuarks sabemos

- $K^- \implies s\bar{u}$
- $p \implies uud$
- $K^0 \implies d\bar{s}$
- $K^+ \implies u\bar{s}$
- $\Omega^- \implies sss$

Del lado izquierdo tenemos los cuarks $uuds\bar{u}$, del lado derecho $d\bar{s}u\bar{s}sss$, que reacomodamos en un orden peculiar $usdu\bar{u}$ y $usd\bar{s}s\bar{s}s$. Revisando que todo se conserve:

- Energía: no la checamos pues es una interacción.
- Carga: del lado izquierdo tenemos $-1e + 1e = 0$, del lado derecho $0e + 1e - 1e = 0$, es decir, la carga se conserva.
- Número leptónico: no hay leptones, se conserva como 0
- Número bariónico: del lado izquierdo tenemos un barión, p, entonces tenemos 1, del lado derecho hay un barión, Ω^-, es decir un 1, de ambos lados tenemos el mismo valor, el número bariónico se conserva.

La interacción es posible, ahora hagamos el diagrama de Feynman



Solo reacomodamos los cuarks por conveniencia. Pero aquí hay un cuark con una peculiaridad, el cuark s.

1.5. Conservación de la extrañeza

Hay dos métodos de estudiar las partículas elementales, uno es el costoso, con aceleradores, detectores, grandes experimentos, y el que es un poco más económico (tampoco mucho) donde en lugar de aceleradores se usan las partículas que son bombardeadas a y dentro de la atmósfera terrestre: los rayos cósmicos. Esta interesante área la abordaremos en unas semana, en la parte de experimental. Ahora solo lo mencionamos pues en estudios de cascadas de rayos cósmicos aparecieron partículas, por lo regular en pares, que eran producidas en interacciones fuertes (gluones) pero decaían por procesos débiles (en tiempos propios de esa interacción). Esta peculiaridad hizo pensar que había un nuevo número cuántico asociado.

Por ejemplo la creación por medio de la interacción:

$$\pi^- + p \to K^0 + \Lambda^0 \tag{46}$$

A su vez ese par de partículas decaían como:

$$\begin{aligned} \Lambda^0 &\to \pi^- + p \\ K^0 &\to \pi^+ + \pi^- \end{aligned} \tag{47}$$

Este par de partículas siempre se producían juntas, así como Σ^+ con K^+ eran creadas juntas, pero nunca mezcladas, es decir, estos procesos nunca sucedían:

$$\begin{aligned} \pi^- + p &\not\to \pi^- + \pi^+ + \Lambda^0 \\ \pi^- + p &\not\to K^- + \pi^+ + \Lambda^0 \\ \pi^- + p &\not\to \Sigma^+ + K^- \\ \pi^- + p &\not\to \Sigma^- + \pi^+ \end{aligned} \tag{48}$$

£Porqué suceden estas peculiaridades? Gell-Mann y Pais propusieron un nuevo número cuántico, la extrañeza, que se conserva en procesos fuertes, pero se viola en procesos débiles. Por convención la extrañeza de una partícula con un cuark s es $+1$, con un cuark $\bar{s}$ es -1. Este valor es aditivo, así Ω^- que se compone por sss tiene extrañeza $+3$.

Referencias

[1] Das, A., Ferbel, T. "Introduction to Nuclear and Particle Physics", Segunda edición, World Scientific Publishing Co., 2003.

[2] Henley, Ernest M., García, Alejandro "Subatomic Physics", Tercera edición, World Scientific Publishing Co., 2007.

[3] Martin, B.R., Shaw, G. "Particle Physics" 3a edición, John Wiley & Sons Ltd., 2008